Metoda randomizacji błędu systematycznego

Paweł Fotowicz

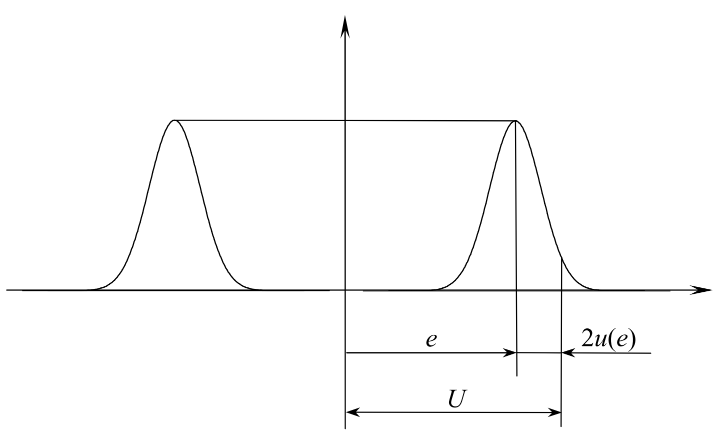
1. Wstęp

Błąd systematyczny pomiaru należy do kategorii oddziaływań, które w praktyce metrologicznej występują pod postacią poprawek lub błędów wskazań przyrządów pomiarowych. Charakteryzują się określonym znakiem i wartością oraz wyznaczane są z określoną niepewnością. W pomiarach bezpośrednich za ogół wynik pomiaru jest korygowany o wartość tych oddziaływań systematycznych, a jedynie włączana jest do niepewności wyniku składowa przypadkowa związana z wyznaczeniem poprawki lub błędu wskazania. Możliwe jest jednak również inne postępowanie, a mianowicie włączenie w całości oddziaływania systematycznego do przedziału rozszerzenia związanego z wynikiem pomiaru i przez to traktowanie go jak składowej niepewności [1].

Oddziaływanie systematyczne zawiera dwie składowe: systematyczną i przypadkową. Część systematyczna oddziaływania przybliżana jest odchyleniem pomiarowym, a część przypadkowa estymowana jest niepewnością związaną z wyznaczeniem tego odchylenia. Powstająca w ten sposób nowa zmienna losowa charakteryzuje się zerową wartością oczekiwaną i odchyleniem standardowym obliczanym na podstawie informacji o wartości odchylenia pomiarowego i związanej z nim niepewności pomiarowej. Należy dodać, że pojęcie „odchylenie pomiarowe" do terminologii krajowej wprowadza norma PKN-ISO/IEC Guide 99 i jest ono odpowiednikiem międzynarodowego terminu „measurement bias" [2].

2. Oddziaływanie systematyczne

Oddziaływanie systematyczne zawiera odchylenie pomiarowe e, jako estymatę błędu systematycznego, oraz niepewność standardową $u(e)$. Możemy założyć, że rozkład prawdopodobieństwa związany ze składową przypadkową tego oddziaływania jest opisany rozkładem normalnym i możemy w związku z tym przyjąć, iż współczynnik rozszerzenia wynosi



Rys. 1. Randomizacja oddziaływania systematycznego

$k = 2$ dla prawdopodobieństwa 95 % (rys. 1). Tworząc nową zmienną losową centrowaną wokół umownie przyjętej wartości zerowej wyznaczamy symetryczny przedział rozszerzenia:

$$U = |e| + 2 \cdot u(e) \tag{1}$$

W ten sposób U staje się niepewnością rozszerzoną związaną z oddziaływaniem systematycznym. Rozkładem tej zmiennej losowej będzie rozkład płasko-normalny.

3. Rozkład płasko-normalny

Rozkład płasko-normalny jest splotem rozkładu prostokątnego z normalnym. Funkcja gęstości tego rozkładu opisana jest zależnością:

$$g(\eta) = \frac{1}{2\sqrt{6\pi} \cdot r} \int_{\eta-\sqrt{3}\cdot r}^{\eta+\sqrt{3}\cdot r} \exp\left[-\frac{\xi^2}{2}\right] \mathrm{d}\xi \tag{2}$$

Funkcje gęstości tego rozkładu charakteryzują się na ogół stałą wartością w okolicach wartości oczekiwanej i zboczami opisanymi funkcją Gaussa (rys. 2). Zakres stałości funkcji gęstości zależy od parametru r rozkładu, który określa stosunek odchylenia standardowego σ_P jego składowej prostokątnej do odchylenia standardowego σ_N jego składowej normalnej:

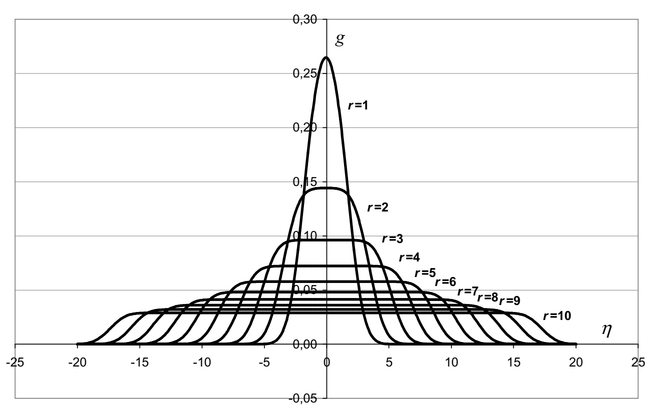
$$r = \frac{\sigma_P}{\sigma_N} \tag{3}$$

Parametr r rozkładu płasko-normalnego może być estymowany przy użyciu formuły wiążącej odchylenie pomiarowe z jego niepewnością standardową:

$$r_u = \frac{2 \cdot |e|}{3 \cdot u(e)} + 1 \tag{4}$$

Współczynnik rozszerzenia dla rozkładu płasko-normalnego może być obliczony metodami numerycznymi, ale również może być obliczony na podstawie rozkładu trapezowego, z zależności:

$$k_T = \sqrt{\frac{3}{r_u^2 + 1}} \left(1 + r_u - 2\sqrt{r_u (1-p)}\right) \tag{5}$$



Rys. 2. Funkcje gęstości rozkładu płasko-normalnego w zależności od wartości parametru r

4. Niepewność standardowa randomizowanego oddziaływania systematycznego

Niepewność standardowa randomizowanego oddziaływania systematycznego wynosi:

$$u_R = \frac{U}{k} = \frac{|e| + 2 \cdot u(e)}{k} \tag{6}$$

przy czym współczynnik rozszerzenia:

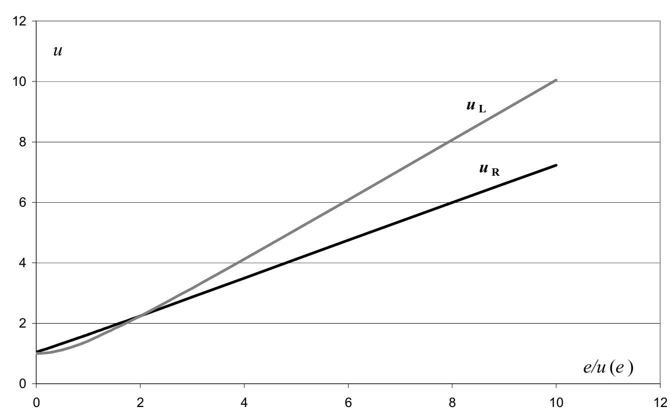
$$k = k_{PN} \approx k_T \tag{7}$$

5. Porównanie z podejściem literaturowym

Podejście prezentowane w literaturze [3] często sprowadza się do wyznaczania niepewności, związanej z oddziaływaniem systematycznym, na podstawie zależności:

$$u_L = \sqrt{e^2 + u^2(e)} \tag{8}$$

W tym podejściu wartość odchylenia pomiarowego e traktowana jest jak niepewność standardowa. Ponieważ odchylenie pomiarowe zawsze podawane jest z określoną niepewnością, to formuła (8) łączy niepewność standardową $u(e)$ z oszacowaniem e. Formuła (8) łączy składową systematyczną z przypadkową oddziaływania systematycznego i wyraża niepewność u_L podobnie jak prawo propagacji niepewności. Zależność ta jest funkcją nieliniową (rys. 3). Natomiast przedstawiona w referacie zależność u_R, wyrażona formułą (6), tworzy praktycznie funkcję liniową. Jednakowym przyrostom wartości składowych oddziaływania systematycznego towarzyszą proporcjonalne przyrosty wartości niepewności standardowej. Dzięki temu zależność pomiędzy składowymi a niepewnością standardową jest liniowa (rys. 3).



Rys. 3. Niepewność standardowa oddziaływania systematycznego policzona dwoma sposobami

6. Podsumowanie

Oddziaływanie systematyczne pomiaru może być włączone do przedziału rozszerzenia wyniku pomiaru. Traktowane jest wówczas jak składowa niepewności, która jest zmienną losową. Ta zmienna losowa opisana jest rozkładem płasko-normalnym. Rozkład ten obejmuje dwie składowe oddziaływania systematycznego: odchylenie pomiarowe i jego niepewność wyznaczenia. Obliczenia niepewności standardowej i współczynnika rozszerzenia takiej wielkości nie są skomplikowane i mogą być łatwo implementowane do praktyki metrologicznej.

Podejście przedstawiane w literaturze nie zakłada rozkładu dla oddziaływania systematycznego. Przez to niepewność standardowa związana z tym oddziaływaniem może być obliczana tylko na podstawie prawa propagacji niepewności. Natomiast przedstawione tu obliczenia mogą być wykonywane zgodnie z zasadą propagacji rozkładów prawdopodobieństwa, rekomendowaną w dokumencie Międzynarodowego Biura Miar [4].

Literatura

1. Fotowicz P.: *Systematic effect as a part of the coverage interva*l. Metrology and Measurement Systems, vol. XVII (2010).
2. International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM). JCGM 200:2008.
3. Kacker R., Sommer K-D., Kessel R.: *Evaluation of modern approaches to express uncertainty in measurement*. Metrologia, vol. 44 (2007).
4. Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" – Propagation of distributions using a Monte Carlo method. JCGM 101:2008.