Rola niepewności przy ocenie zdolności pomiarowej przyrządu

Paweł Fotowicz

Z artykułu dowiesz się, jakie składowe należy brać pod uwagę przy ocenie zdolności pomiarowej przyrządu oraz o tym, aby nie mylić zdolności pomiarowej przyrządu z CMC.

1. Wstęp

Niepewność pomiaru może być wygodnym parametrem służącym do oceny zdolności pomiarowej przyrządu. Zdolność tą bada się przy użyciu wzorców pomiarowych, a sama czynność zbliżona jest do wzorcowania. W najprostszym badaniu można zastosować jeden wzorzec, na którym należy wykonać serię pomiarową o określonej liczności w warunkach powtarzalności. Wartość średnią z tej serii porównuje się z wartością wzorca, a otrzymaną różnicę traktuje jako jedną ze składowych niepewności. Uwzględnia się również składowe niepewności związane z wzorcem pomiarowym. Skumulowaną niepewność w postaci niepewności rozszerzonej odnosi się do wartości granicznej. Może nią być największy błąd dopuszczalny. Wskaźnik zdolności pomiarowej na ogół wyrażany jest procentowo, jako część wartości tego błędu.

2. Ocena zdolności pomiarowej przyrządu

Wskaźnik zdolności pomiarowej przyrządu można zdefiniować następująco:

$$Q_{\mathrm{MS}} = \frac{U_{\mathrm{MS}}}{E_{\max}} \cdot 100\ \% \tag{1}$$

gdzie: U_{MS} oznacza niepewność rozszerzoną dla prawdopodobieństwa 95 %, a $E_{\max}$ największy błąd dopuszczalny. Na ogół przyjmuje się, że niepewność rozszerzona powinna stanowić 1/3 wartości błędu dopuszczalnego.

Przy ocenie zdolności pomiarowej przyrządu należy brać pod uwagę następujące składowe [1]:

1) rozrzut wskazań przyrządu,
2) rozdzielczość wskazań przyrządu,
3) odchylenie pomiarowe,
4) niedokładność wzorca pomiarowego,
5) wpływ warunków środowiskowych na wzorzec.

Pierwsza ze składowych związana jest bezpośrednio z przyrządem pomiarowym i dotyczy rozrzutu jego wskazań na wzorcu pomiarowym wykonywanych w warunkach powtarzalności. Miarą niepewności standardowej tej składowej jest odchylenie standardowe eksperymentalne pojedynczego wskazania q_i uzyskiwanego na podstawie serii n odczytów:

$$u_{\mathrm{rep}} = s(q) = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{N}\left(q_i - \overline{q}\right)^2} \tag{2}$$

Zgodnie z zaleceniami [1] minimalna seria obserwacji powinna mieć $n = 30$ obserwacji.

Drugą rozważaną składową jest rozdzielczość pomiaru. Niepewność standardową wyznaczamy na podstawie kwantu wskazania R:

$$u_{\mathrm{res}} = \frac{R}{2\sqrt{3}} \tag{3}$$

Trzecią składową jest odchylenie pomiarowe, traktowane jako różnica pomiędzy średnią serii obserwacji $\overline{q}$ na wzorcu i wartością odniesienia q_{w}:

$$B = \left|\overline{q} - q_{\mathrm{w}}\right| \tag{4}$$

Wartością odniesienia jest w tym wypadku wartość wielkości reprezentowana przez wzorzec. Odchylenie pomiarowe B traktowane jest jako składowa niepewności, a przypisana mu niepewność standardowa wynosi [1]:

$$u_{\mathrm{bias}} = \frac{B}{\sqrt{3}} \tag{5}$$

Kolejne składowe niepewności związane są z wzorcem pomiarowym. Pierwsza z nich wyraża niedokładność wzorca. Miarą jej jest niepewność rozszerzona U dla poziomu ufności ok. 95 %, a niepewność standardowa wynosi:

$$u_{\mathrm{cal}} = \frac{U}{k} \tag{6}$$

gdzie k jest współczynnikiem rozszerzenia, którego wartość wraz z niepewnością rozszerzoną podana jest w świadectwie wzorcowania.

Ostatnią rozważaną składową jest wpływ warunków środowiskowych na wzorzec pomiarowy. Na ogół jest nim wpływ temperatury. W takim wypadku należy wyznaczyć zmianę wartości wzorca pod wpływem temperatury. Zmiana wartości wzorca (np. długości płytki wzorcowej) określona będzie zależnością:

$$\Delta L = \Delta t \cdot \alpha \cdot L \tag{7}$$

gdzie Δt to dopuszczalna zmiana temperatury w trakcie badań zdolności pomiarowej, α to współczynnik rozszerzalności termicznej wzorca, a L to wartość reprezentowana przez wzorzec. W ten sam sposób można wyznaczyć np. zmianę rezystancji opornika wzorcowego przy badaniach zdolności pomiarowej omomierza. Niepewność standardowa wynosi [1]:

$$u_{\mathrm{temp}} = \frac{\Delta L}{\sqrt{3}} \tag{8}$$

3. Niepewność rozszerzona

Możliwe są dwa sposoby obliczenia niepewności rozszerzonej związanej ze zdolnością pomiarową przyrządu. Pierwszy może być oparty na prawie propagacji niepewności [2]. W metodzie tej oblicza się niepewność rozszerzoną jako iloczyn współczynnika rozszerzenia $k = 2$ (dla poziomu ufności ok. 95 %) i złożonej niepewności standardowej u_c:

$$U_{\mathrm{MS}} = k \cdot u_{\mathrm{c}} \tag{9}$$

gdzie złożona niepewność standardowa wyznaczana jest na podstawie prawa propagacji niepewności:

$$u_{\mathrm{c}}^2 = u_{\mathrm{rep}}^2 + u_{\mathrm{res}}^2 + u_{\mathrm{bias}}^2 + u_{\mathrm{cal}}^2 + u_{\mathrm{temp}}^2 \tag{10}$$

Drugim sposobem obliczeniowym jest zastosowanie metody propagacji rozkładów przy użyciu metody Monte Carlo [3]. Metoda propagacji rozkładów zakłada przyjęcie rozkładów prawdopodobieństwa dla poszczególnych składowych. Dla każdej składowej należy wygenerować rozkład o zbiorze możliwych wartości o określonej, jak wyżej, niepewności standardowej. Zbiory te można traktować jak wielkości wejściowe, na podstawie których metodą Monte Carlo można wyznaczyć zbiór możliwych wartości dla wielkości wyjściowej, będącej sumą wielkości wejściowych. Można wówczas wyznaczyć niepewność rozszerzoną jako połowę przedziału rozszerzenia, pod warunkiem że rozkład związany z wielkością wyjściową jest symetryczny:

$$U_{\mathrm{MS}} = \frac{y_{\mathrm{high}} - y_{\mathrm{low}}}{2} \tag{11}$$

gdzie y_{high} to górna granica przedziału rozszerzenia, a y_{low} to dolna granica przedziału rozszerzenia wielkości wyjściowej. Równanie pomiaru wielkości wyjściowej ma postać:

$$y = \delta x_{\mathrm{rep}} + \delta x_{\mathrm{res}} + \delta x_{\mathrm{bias}} + \delta x_{\mathrm{cal}} + \delta x_{\mathrm{temp}} \tag{12}$$

gdzie:

- δx_{rep} – zbiór możliwych wartości związanych z rozrzutem wskazań przyrządu pomiarowego,
- δx_{res} – zbiór możliwych wartości związanych z rozdzielczością wskazań przyrządu pomiarowego,
- δx_{bias} – zbiór możliwych wartości związanych z odchyleniem pomiarowym,
- δx_{cal} – zbiór możliwych wartości związanych z niedokładnością wzorca pomiarowego,
- δx_{temp} – zbiór możliwych wartości związanych z wpływem temperatury na wzorzec pomiarowy.

Istotą obliczeń przy użyciu metody propagacji rozkładów jest przyjęcie określonych rozkładów dla wielkości wejściowych. Można je przyjąć w następujący sposób. Pierwsza składowa to rozrzut wskazań, z którym, ze względu na dużą liczbę obserwacji, można związać rozkład normalny. Druga składowa to rozdzielczość, z którą zwyczajowo wiąże się rozkład prostokątny [2]. Podobnie z odchyleniem pomiarowym można związać rozkład prostokątny. Niedokładność wzorca pomiarowego określa się na podstawie informacji ze świadectwa wzorowania, w którym niepewność wyrażana jest dla poziomu ufności ok. 95 % i współczynniku rozszerzenia $k = 2$, co uzasadnia przyjęcie rozkładu normalnego. Ostatnia składowa, związana z wpływem temperatury na wzorzec, opisana jest rozkładem prostokątnym. Mamy więc do czynienia z dwoma typami rozkładów prawdopodobieństwa dla wielkości wejściowych. Rozkłady te można w prosty sposób wygenerować przy użyciu podstawowego generatora liczb losowych, dostępnego w każdym środowisku programowym. Przy obliczeniach można również wykorzystać metodę randomizacji odchylenia pomiarowego rozkładem płasko-normalnym, przedstawioną w publikacji [4]. Polega ona na zastąpieniu dwóch składowych δx_{bias} i δx_{cal} jedną składową δx_{rand}, której zbiór możliwych wartości o rozkładzie płasko-normalnym można wygenerować z zależności:

$$\delta x_{\mathrm{rand}} = \frac{r\, z_{\mathrm{P}} + z_{\mathrm{N}}}{\sqrt{r^2+1}}, \quad \text{gdzie} \quad r = \frac{2 \cdot |B|}{3 \cdot u(B)} + 1 \qquad (13)$$

a z_{P} i z_{N} są zmiennymi losowymi mającymi standaryzowane rozkłady prawdopodobieństwa: prostokątny i normalny. Miarą $u(B)$ może być niepewność wzorca pomiarowego, czyli: $u(B) = u_{\mathrm{cal}}$. Równanie pomiaru wielkości wyjściowej przybiera wówczas postać:

$$y = \delta x_{\mathrm{rep}} + \delta x_{\mathrm{res}} + \delta x_{\mathrm{rand}} + \delta x_{\mathrm{temp}} \qquad (14)$$

4. Podsumowanie

Obliczanie niepewności pomiaru można wykorzystać przy określaniu zdolności pomiarowej przyrządów. Pomiar wykonany na wzorcu pomiarowym służy do jej oceny. Aby można było porównywać zdolności pomiarowe przyrządów należy określić składowe niepewności. Zadanie to ułatwiają wskazówki zawarte w odpowiednich normach. Projekt takiej normy jest obecnie uzgadniany międzynarodowo [1]. Z normy tej zaczerpnięto pojęcie „wskaźnik zdolności pomiarowej przyrządu” (capability ratio of the measuring system), traktując układ pomiarowy (measuring system) jak pojedynczy przyrząd pomiarowy.

Nie należy mylić przedstawionej zdolności pomiarowej przyrządu ze zdolnością pomiarową CMC (*calibration and measurement capability*), jako pojęciem używanym w kontekście pomiarów wzorcujących. CMC jest bowiem najmniejszą niepewnością pomiaru, deklarowaną przez akredytowane laboratorium, wykonujące usługi metrologiczne związane z wzorcowaniem. Zdolność pomiarowa przyrządu natomiast jest największą niepewnością pomiaru jaką można związać z przyrządem, gdyż zawiera obok składowej przypadkowej również składową systematyczną oraz niepewność wzorca.

Literatura

1. Statistical methods in process management – Capability and performance – Part 7: Capability of measurement processes. ISO/DIS 22514-7, 2011.
2. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. ISO 1993.
3. Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Propagation of distributions using a Monte Carlo method. JCGM 101:2008.
4. P. Fotowicz: Systematic effect as a part of the coverage interval. Metrology and Measurement Systems, vol. XVII (2010), s. 439-446.