

Kwantowy układ SI – podstawy fizyczne i perspektywy przyjęcia

The Quantum SI - physical fundamentals and adoption perspective

prof. dr hab. inż. Andrzej Zięba

(Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie)

Aktualny układ SI oparty jest na wybranych równaniach fizyki klasycznej (zdefiniowanej jako opis zjawisk, które nie biorą pod uwagę ziarnistości materii i promieniowania). Istotą projektowanych zmian podstaw układu SI, nazywanych skrótowo „nowy układ SI” lub „kwantowy układ SI”, jest wykorzystanie praw i zjawisk fizyki kwantowej. Zasada ustalenia wartości podstawowych stałych fizycznych (c , N_A , k_B , e , h) podobna jest do koncepcji „jednostek naturalnych”, używanych w fizyce teoretycznej. Omówiono też najnowsze wyniki pomiarów stałej Plancka (opublikowane w 2014 r.), otwierające możliwość przyjęcia redefinicji układu SI jeszcze w tym dziesięcioleciu.

Actual SI is based on selected equations of classical physics (defined as a description of physical phenomena which do not take into account a discontinuous nature of both matter and radiation). The essence of a proposed redefinition of the foundations of the SI, named „the New SI” or „the Quantum SI”, is making use of selected phenomena and equations of quantum physics. The principle of fixing the values of fundamental physical constants, namely c , N_A , k_B , e and h , is similar to the idea of „natural units” used in theoretical physics. The latest measurements of Planck constant (published in 2014) open a possibility of the final acceptance of redefinition of the SI before the end of the present decade.

Wstęp

Jednostki miary są bardzo dawnym wynalazkiem człowieka. Początkowo, każdy rodzaj pomiaru miał swą własną *jednostkę miary*. Przykładowo, duże odległości mierzono w milach, mniejsze w łokciach, stopach i calach. Następnie zaczęto rozumieć, że i mila, i łokieć są jednostkami tej samej *wielkości mierzonej*, w tym przypadku długości. Kolejnym etapem było odkrycie, że niektóre wielkości są powiązane *równaniami* – pierwszymi z nich były zależności geometryczne łączące długość, powierzchnię i objętość.

Jakie równania leżą u podstaw układu SI? Oficjalny opis układu SI, jakim jest *SI Brochure* [1] stwierdza w punkcie 1.2: *System wielkości, włączając w to równania łączące te wielkości, który należałoby użyć dla układu SI jest, w gruncie rzeczy, zbiorem wielkości i równań fizyki, które są znane wszystkim naukowcom, technikom i inżynierom*¹. Powstaje pytanie, które wielko-

ści fizyczne i które równania należy uznać za podstawę układu SI? Myślą przewodnią artykułu jest stwierdzenie, że aktualny układ SI opiera się na określonym zbiorze równań *fizyki klasycznej*. Natomiast projektowana zmiana podstaw układu SI, znana pod roboczymi nazwami² „nowy układ SI” oraz „kwantowy układ SI”, polega na wykorzystaniu równań *fizyki kwantowej*. Dlatego drugi termin, używany mniej powszechnie, ale lepiej informujący o istocie projektowanych zmian, będzie używany w tym artykule.

Projekt zmian podstaw układu SI budzi szerokie zainteresowanie i powstała na ten temat obszerna literatura. Przedstawiona praca koncentruje się na prezentacji fizycznych podstaw zagadnienia. Nie będą opisane interesujące aspekty techniczne, takie jak pomiary przy użyciu tzw. wagi Watta (watt balance) czy eksperymenty z wykorzystaniem idealnej kuli z monokrystalicznego krzemu. W zakończeniu omówiono wyniki najnowszych pomiarów, które mogą mieć kluczowe znaczenie dla zaakceptowania zaplanowanych zmian podstaw układu SI.

¹ W oryginale ang.: The system of quantities, including the equations relating the quantities, to be used with the SI, is in fact just the quantities and equations of physics that are familiar to all scientists, technologists, and engineers.

² Ang. the New SI oraz the Quantum SI.

Fizyka klasyczna i kwantowa

Fizyka, jak i inne nauki, klasyfikowana jest według różnych kryteriów. Za względu na stosowane metody badawcze wyróżnić można fizykę doświadczalną i teoretyczną. Odbiciem tego podziału są np. odrębne jednostki, Instytut Fizyki Doświadczalnej i Instytut Fizyki Teoretycznej, w strukturach Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego. Współcześnie, podział ten jest coraz rzadziej przywoływany, gdyż istotą metodologii fizyki jest współzależność teorii i eksperymentu.

Wprowadzany też bywa podział na fizykę klasyczną i fizykę współczesną, przy czym przez tą ostatnią rozumie się zwykle te kierunki fizyki, które powstały od początku wieku XX, takie jak teoria względności oraz fizyka atomowa i jądrowa. Podział ten nie jest merytoryczny, gdyż prawa fizyki nie zmieniają się w czasie, zaś obecnie staje się anachroniczny. Cała elektronika i informatyka jest młodszą od „fizyki współczesnej”.

Dla zrozumienia wielu zagadnień związanych z fizyką, w tym zagadnienia jednostek, najbardziej istotny jest podział fizyki na *klasyczną* (*makroskopową*) i *kwantową*. Słowo „fizyka klasyczna” ma wiele znaczeń, w tym przypadku nie chodzi o historyczne znaczenie tego terminu. Przez fizykę klasyczną będziemy rozumieć opis zjawisk, który nie bierze pod uwagę ziarnistości materii i promieniowania, a wielkości fizyczne traktujemy jako wielkości ciągłe. Potocznie opis ten dotyczy własności obiektów makroskopowych. Do tak rozumianej fizyki klasycznej zalicza się również powstałą w XX wieku teorię względności Einsteina, bo występujące w jej równaniach wielkości pozostają ciągłe, choć są powiązane ze sobą równaniami bardziej ogólnymi niż w mechanice nierelatywistycznej [2].

Istotą fizyki kwantowej jest nieciągłość przynajmniej niektórych wielkości występujących w przyrodzie. Potocznie fizyka kwantowa opisuje zjawiska mikroświata, takie jak atomy, cząsteczki czy jądra atomowe. Zatem za początek fizyki kwantowej przyjąć należy, wysuniętą jeszcze w starożytności, hipotezę atomistyczną. Podstawową stałą, określającą masę pojedynczego atomu, jest liczba Avogadra N_A . Atomistyczna teoria ciepła wymaga wprowadzenia stałej Boltzmanna k_B , określającej np. średnią energię kinetyczną cząsteczek gazu o określonej temperaturze. Potem odkryto nieciągłość ładunku elektryczne-

go: każdy ładunek makroskopowy jest całkowitą wielokrotnością ładunku elementarnego e . Ostatnią ważną stałą fizyki kwantowej, wprowadzoną na przełomie XIX i XX wieku jest stała Plancka h , określająca m.in. energię kwantów promieniowania jako iloczyn tej stałej i ich częstotliwości. Okazuje się, że właśnie te cztery stałe zostały wykorzystane do sformułowania kwantowego układu SI.

Przeciwstawienie ciągłość – nieciągłość w fizyce koresponduje ze strukturą matematyki. David Hilbert, uważany za ostatniego uczonego, który ogarniał (w sposób twórczy) całość matematyki, przedstawił w 1900 r. listę 23 problemów do rozwiązania w rozpoczynającym się właśnie XX stuleciu. Na pierwszym miejscu postawił udowodnienie *hipotezy kontinuum*, implikującą podział wszystkich zbiorów liczbowych na tylko dwie kategorie, nieciągłe i ciągłe. (Hilbert wyraził to zwięźle [3]: *as regards equivalence, there are, therefore, only two assemblages of numbers, the countable assemblage and the continuum*). Współcześnie, coraz powszechniej odróżnia się matematykę dyskretną od „matematyki ciągłej”.

Fizyka klasyczna podstawą aktualnego układu SI

Podstawą dynamiki nierelatywistycznej są trzy zasady dynamiki Newtona. Dla struktury układu SI znaczenie ma zasada druga: przyspieszenie ciała jest wprost proporcjonalne do działającej siły \mathbf{F} i odwrotnie proporcjonalne do masy m

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{\mathbf{F}}{m} \quad (1)$$

Definicja przyspieszenia jako drugiej pochodnej wektora położenia \mathbf{r} po czasie t uprzytamnia, że w równaniu tym mamy cztery wielkości. Jeżeli tylko to równanie wykorzystamy do stworzenia spójnego układu jednostek mechanicznych, trzeba zdefiniować niezależne od siebie wzorce dla jednostek trzech wielkości – taki był początek spójnych układów jednostek. Wybór masy, długości i czasu jako wielkości podstawowych mamy zarówno w układzie CGS jak i w MKS. W obydwu układach siła jest wielkością pochodną.

Czy można zmniejszyć liczbę niezależnych wzorców jednostek? Podstawą mechaniki relatywistycznej jest założenie o stałości prędkości światła wyrażone zależnością

$$c = \frac{x}{t} \quad (\text{dla światła}) \quad (2)$$

Równanie to umożliwia, w aktualnym układzie SI, rezygnację z niezależnego wzorca długości przez przyjęcie ustalonej wartości $c = 299\,792\,458$ m/s.

W mechanice klasycznej mamy jeszcze, niezależne od poprzednich, prawo grawitacji Newtona

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (3)$$

Umożliwia zdefiniowanie jednostki masy jako jednostki pochodnej poprzez pomiar siły przyciągania grawitacyjnego. Możliwość ta nie została wykorzystana dlatego, że pomiar siły grawitacji jest trudny i mało dokładny. Zatem, nie każde równanie fizyki można wykorzystać w metrologii, lecz tylko to, w którym występujące wielkości można zmierzyć z wystarczająco wysoką dokładnością.

Jakie jeszcze prawa fizyki są wykorzystane do określania jednostek podstawowych aktualnego układu SI? Wszystkie zjawiska elektromagnetyzmu można wywieść z równań Maxwella. Ten złożony układ równań różniczkowych zawiera w istocie jedną stałą: prędkość światła c . Oficjalna definicja ampera oparta jest o wynikający z tych równań wzór na siłę oddziaływania równoległych przewodów z prądem. Definicja ta różni się jakościowo od obowiązujących definicji sekundy i kilograma, a jest podobna do aktualnej definicji metra. Jej istotą jest ustalenie wartości stałej magnetycznej $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/(A·m) i stałej elektrycznej $\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2)$ dla równań elektromagnetyzmu [5]. Wartość μ_0 wybrana została arbitralnie tak, by zapewnić wygodne wartości jednostek prądu, natężenia i oporu. Do wytworzenia wzorców jednostek elektrycznych wybieramy, spośród wielu możliwości, te zjawiska elektromagnetyczne, które zapewniają najmniejszą niepewność pomiaru. W szczególności, tzw. obliczalny kondensator jest źródłem najdokładniejszych wzorców pojemności i rezystancji.

Termodynamika fenomenologiczna jest częścią nauki o zjawiskach cieplnych, nieodwołującą się do pojęcia atomu. Jej cztery zasady, ponumerowane jako zerowa, I, II i III, są w ramach fizyki klasycznej niezależne od praw mechaniki i elektromagnetyzmu i wymagają wprowadzenia jednej wielkości podstawowej – temperatury. Podstawowym dla niej odniesieniem jest punkt potrójny wody.

Prawa chemii można sformułować bez przywoływania pojęcia atomu, przez wprowadzenie pojęcia liczby moli. (Polski termin „liczność materii” antycypuje istnienie atomów, ale angielski „amount of

substance” – nie). Niezależnym wzorcem mola jest 12 gramów izotopu węgla ^{12}C .

W konkluzji: ciągły charakter równań fizyki makroskopowej narzuca konieczność istnienia arbitralnych wzorców przynajmniej niektórych jednostek. Najgłębszą przyczyną jest fakt, że wielkości ciągłe, w przeciwieństwie do dyskretnych, nie mają naturalnych jednostek miary.

Kwantowe wzorce wielkości elektrycznych

Fakt, że stałe fizyki kwantowej wykorzystać można do zdefiniowania „naturalnych jednostek” [4], niezależnych od arbitralnych wzorców, został zauważony już w XIX wieku. Pierwsza historycznie propozycja Stoneya w 1881 r. zasadała się na wykorzystaniu ładunku elementarnego. Bardziej znany wśród fizyków jest układ jednostek Plancka, ogłoszony przez niego w 1899 r. Przyjęcie $c = G = \hbar = k_B = 1$ umożliwia uproszczenie zapisu równań, cenione w szczególności przez teoretyków. Oczywiście, odbywa się to kosztem przyjęcia bardzo niewygodnych wartości tych jednostek.

Kwantowy układ SI jest podobny do „naturalnych” układów jednostek w tym, że wybrane stałe zostają ustalone. Tyle, że nie są równe jedności, lecz przyjmują wartości zbliżone do eksperymentalnych wartości tych stałych. W ten sposób używane jednostki makroskopowe nie ulegną w praktyce zmianie. Dla jednostek mechanicznych i elektrycznych kwantowy układ SI wykorzystuje ustalenie obydwu stałych e oraz h , dzięki czemu można, w przeciwieństwie do układów Stoneya i Plancka, zrezygnować ze stałej grawitacji.

Niemniej koncepcja ustalenia wartości stałych fizycznych pozostałaby ciekawostką teoretyczną, gdyby nie odkrycie dwóch makroskopowych zjawisk kwantowych, efektu Josephsona i kwantowego efektu Halla. Termin *makroskopowe zjawisko kwantowe* oznacza, że wielkości makroskopowe, w tym przypadku napięcie i rezystancja, są opisywane dokładnie przy użyciu prostych formuł zawierających stałe e i h fizyki kwantowej. Zdumiewająca jest zupełna niezależność efektu (w granicach aktualnych możliwości eksperymentalnych), zarówno od geometrii próbek, jak i od materiałów, z których zostały wykonane [6]. Jest to fakt doświadczalny, który nie został przewidziany teoretycznie, zaś powstałe *ex post* teorie są zawiłe i mało przekonujące.

W przypadku efektu Josephsona wykorzystuje się złącze nadprzewodnik-izolator-nadprzewodnik „zanurzone” w polu mikrofalowym o częstotliwości f . Na złączu powstaje napięcie

$$U = \frac{f h}{2e} k \quad (4)$$

zależne od f i h oraz małej liczby całkowitej k , oznaczającej numer stopnia charakterystyki [7]. Stosunek $K_J = 2e/h$ nazwano stałą Josephsona (tabela 1).

Tabela 1. Wartości stałych Josephsona i von Klitzinga

Stała	Wartość umowna (CIPM, 1990)	Aktualna wartość doświadczalna (CODATA, 2010)
Josephsona	$K_{J-90} = 483\,597,9 \text{ GHz/V}$	$K_J = 483\,597,870(11) \text{ GHz/V}$
von Klitzinga	$R_{K-90} = 25\,812,807 \, \Omega$	$R_K = 25\,812,807\,4434(84) \, \Omega$

Kwantowy efekt Halla podobny jest do efektu klasycznego w tym, że płaską próbkę, przez którą płynie prąd I umieszczamy w silnym polu magnetycznym (prostopadłym do próbki) i mierzymy powstałe poprzeczne napięcie Halla U_H . Aby zaobserwować kwantowy efekt Halla, w próbce ma znajdować się dwuwymiarowy gaz elektronowy, pole wystarczająco silne, a temperatura – bardzo niska (zwykle poniżej 1 K). W tych warunkach na charakterystyce $U_H(I)$ pojawiają się stopnie, dla których stosunek U_H/I , zwany oporem Halla, jest równy dokładnie

$$R_H = \frac{U_H}{I} = \frac{h}{i e^2} \quad (5)$$

gdzie i jest małą liczbą całkowitą [7].

Kwantowe wzorce napięcia i rezystancji zostały wprowadzone do metrologii w latach 80. Rola organów Konwencji Metrycznej polegała na zorganizowaniu porównań międzylaboratoryjnych, a następnie uzgodnieniu umownych wartości stałych Josephsona K_{J-90} i von Klitzinga R_{K-90} , używanych powszechnie do dziś. Realizację tych wzorców w Głównym Urzędzie Miar przedstawiono w artykule [8].

Geneza i sformułowanie kwantowego układu SI

W ramach aktualnego układu SI kwantowe wzorce mają status wzorców pochodnych, których dokładność jest *circa* dwa rzędy wielkości większa od wzorców klasycznych. Sytuacja jest podobna do tej

z początków XX wieku, kiedy „amper międzynarodowy”, zdefiniowany przy pomocy zjawiska elektrolizy, był dokładniejszy i wygodniejszy w realizacji od wzorca „absolutnego” opartego o prawa elektromagnetyzmu [5].

Sukces kwantowych wzorców wielkości elektrycznych był główną przyczyną propozycji oparcia układu jednostek SI na ustalonych wartościach stałych fizycznych. Posługiwanie się ustalonymi wartościami stałych Josephsona i von Klitzinga oznacza nic innego, jak ustalenie wartości stałych h oraz e , które mogą być wyliczone ze stałych K_{J-90} i R_{K-90} przy wykorzystaniu układu równań (4) i (5). Propozycja ta została zaaprobowana przez rekomendację CI-2005 [9], zachęcającą krajowe instytuty metrologiczne do pracy nad projektowanymi zmianami. Następnie, rezolucja CGPM z 2011 r. [10] zaaprobowwała listę czterech stałych fizycznych, których wykorzystanie ma zastąpić dotychczasowe wzorce kilograma, ampera, kelwina i mola. Równoległe publikacje pracowników NIST [11] i [12] są najpełniejszym przedstawieniem teoretycznych i doświadczalnych aspektów problemu.

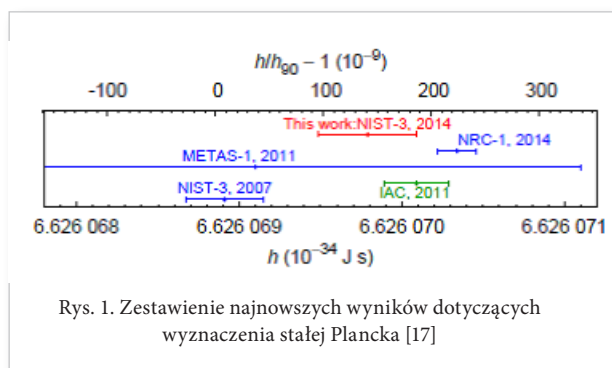
Można podać zawiłe definicje każdej wielkości podstawowej z osobna [12], ale nowe definicje ampera, kilograma, kelwina i mola, jak również związanych z nimi jednostek pochodnych (np. wolta czy dżula), można sformułować jednym zdaniem: wartość danej jednostki makroskopowej ma być taka, by wyrażone przy użyciu tej jednostki wartości stałych fizycznych były równe:

- stała Plancka $h = 6,626\,06X \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$,
 - ładunek elementarny $e = 1,602\,17X \cdot 10^{-19} \text{ C}$,
 - stała Boltzmanna $k = 1,380\,6X \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$,
 - stała Avogadra $N_A = 6,022\,14X \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$ (symbol X oznacza cyfry jeszcze nieuzgodnione [10]).
- Definicje sekundy, metra i kandeli pozostają takie jak dotychczas. Zagadnienia kandel i pochodnych jednostek oświetlenia, jako jednostek pozafizycznych, pozostają poza tematyką artykułu [13].

Najnowsze wyniki pomiarów stałej Plancka

Dla przyjęcia proponowanych zmian kluczowe znaczenie ma zbudowanie nowego wzorca kilograma. Najwyższą dokładność zapewniają dwie metody, wykorzystujące albo wagę Watta, albo wyznaczenie liczby atomów w idealnie okrągłej kuli krzemowej przy pomocy dyfrakcji X (XRCD method – od *X-ray crystal density*).

W ramach aktualnego układu SI waga Watta jest urządzeniem, które miało służyć do odtwarzania jednostki natężenia prądu. W kwantowym układzie SI amper jest zdefiniowany poprzez kwantowe wzorce napięcia i rezystancji – w konsekwencji samo urządzenie można wykorzystać do określenia wzorca kilograma. Jeżeli za wzorec kilograma przyjmujemy obowiązujący artefakt, wynikiem eksperymentu jest pomiar stałej Plancka. Wynik ten wygodnie jest przedstawić w jednostkach względnych jako h/h_{90} , gdzie h jest wynikiem pomiaru, zaś h_{90} jest umowną wartością stałej Plancka, jaką można obliczyć z wartości K_{J-90} i R_{K-90} (rys. 1).



Rys. 1. Zestawienie najnowszych wyników dotyczących wyznaczenia stałej Plancka [17]

Podobnie, wykorzystując wzorce aktualnego układu SI, metoda XRCD dostarcza najdokładniejszej wartości stałej N_A (stąd nazwa „project Avogadro” dla przedsięwzięcia wykorzystującego izotopowo czysty ^{28}Si). W kwantowym SI eksperyment dostarcza alternatywnego wzorca kilograma. Szczęśliwym zbiegiem okoliczności niepewność obydwu metod jest porównywalna, dzięki czemu mamy dwie, zupełnie różne, metody wyznaczenia „kwantowego kilograma”.

Szczegóły techniczne i historia pomiarów do roku 2013 omówione są m.in. w artykule R. L. Ossowskiego [14]. Za najdokładniejszą wagę Watta uważano trzecie z kolei urządzenie zbudowane w National Institute of Standards and Technology (NIST). Opublikowany wynik przedstawiony jest na rys. 1 jako NIST-3, 2007. Najdokładniejszy wynik metody XRCD (oznaczony IAC, 2011) przedstawił międzynarodowy zespół z programu Avogadro [15]. Standardowa analiza statystyczna pokaże, że wyniki te są niezgodne.

Te i wszystkie dostępne wyniki pomiarów zostały w lutym 2013 r. przeanalizowane przez Consultative Committee for Mass and Related Quantities (CCM), powołany przez CIPM. W raporcie CCM [16] określono wymagania, jakie należy spełnić, by wyniki po-

miaru stałej Plancka mogły być podstawą redefinicji kilograma. W szczególności:

- ▶ potrzebne są trzy niezależne eksperymenty, wykorzystujące zarówno metodę XRCD, jak i wagę Watta,
- ▶ względna niepewność standardowa dla każdego z nich powinna być mniejsza niż $50 \cdot 10^{-9}$, a dla pojedynczego eksperymentu – poniżej $20 \cdot 10^{-9}$,
- ▶ uzyskane wyniki pomiaru winny być zgodne.

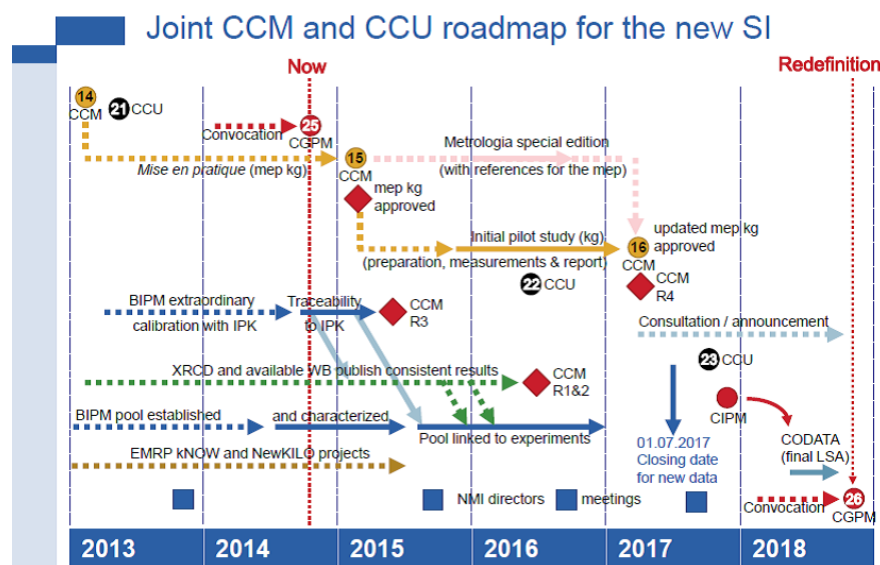
W międzyczasie, w NIST rozpoczęto prace nad kolejnym modelem wagi Watta, oznaczonym jako NIST-4. Ponadto, dla pełnego wykorzystania urządzenia NIST-3, zdecydowano powtórzyć pomiar na zasadniczo tej samej aparaturze przez zupełnie nowy zespół, niekontaktujący się z poprzednim, i wykonujący pomiar „ślepy”, czyli z użyciem wzorca kilograma typu Pt-Ir o nieujawnionej masie. Wynik, opublikowany ostatecznie w 2014 r. [17] (oznaczony jako NIST-3, 2014), różni się istotnie od wyniku NIST-3, 2007.

Równocześnie w Kanadzie rozpoczęto eksperyment z użyciem wagi Watta przeniesionej z brytyjskiego National Physical Laboratory. Udoskonalone przez zespół kanadyjski urządzenie dokonało przełomu: uzyskano rekordowo niską niepewność pomiaru $18 \cdot 10^{-9}$ [18]. Wynik NRC-1, 2014 jest zgodny z rezultatami NIST-3, 2014 oraz IAC, 2011 zaś sama aparatura jest trzecią z kolei o deklarowanej niepewności poniżej $50 \cdot 10^{-9}$.

Konkluzja

Wygląda na to, że wyniki IAC, 2011, NIST-3, 2014 oraz NRC-1, 2014 (rys. 1) spełniają wymagania Raportu CCM 2013 [19]. Rezultat NIST-3, 2007, uważany przedtem za rekordowo dokładny, wypada odrzucić, jako wartość odstającą. Spełnienie postawionych wymagań nastąpiło zaskakująco szybko – w przeciągu kilkunastu miesięcy. Przełom nastąpił nie dzięki skonstruowaniu nowej aparatury, lecz, nie licząc niewielkich ale istotnych modyfikacji, przez wykorzystanie aparatury istniejącej, ale oddanej w ręce nowych zespołów badawczych, co jest ewenementem w historii nauki.

Najnowsze wyniki pomiaru stałej Plancka miały wpływ na odbyte w listopadzie ubiegłego roku 25. posiedzenie Generalnej Konferencji Miar. Przyjęta przez to gremium Rezolucja 1 CGPM (2014) przewiduje przyjęcie redefinicji układu SI na kolejnym zgroma-



Rys. 2. Aktualna „mapa drogowa” redefinicji układu SI [20]

dzeniu CGPM w 2018 r. [20]. Opublikowano też, w formie graficznej, odpowiednią „mapę drogową” (rys. 2).

Literatura

- [1] SI Brochure: *The International System of Units (SI)*, BIPM (2006), 8th edition.
- [2] Cooper L. S., *Istota i struktura fizyki*, PWN, Warszawa 1975.
- [3] Hilbert D., *Mathematical problems. Lecture delivered before the International Congress of Mathematicians at Paris in 1900* [w:] Bull. Amer. Math. Soc. 8 (1902), 437-479.
- [4] Tomlin K. A., *Natural systems of units. To the Centenary Anniversary of the Planck System*.
- [5] Zięba A., *O definicji i realizacji ampera w fizyce klasycznej* [w:] Foton 125 (lato 2014), 31-40.
- [6] Hartland A. i inni, *Direct comparison of the quantized Hall resistance in gallium arsenide and silicon* [w:] Phys. Rev. Lett. 66 (1991), 969-972.
- [7] Nawrocki W., *Wstęp do metrologii kwantowej*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2007.
- [8] Dudek E., Mosiądz M., Orzepowski M., *Wzorce wielkości elektrycznych oparte na zjawiskach kwantowych* [w:] Metrologia. Biuletyn Głównego Urzędu Miar 14, nr 3 (2009), 3-16.
- [9] Recommendation 1 (CI-2005): *Preparative steps towards new definitions of the kilogram, the ampere, the kelvin and the mole in terms of fundamental constants*.
- [10] Resolution 1 of the 24th CGPM (2011): *On the possible future revision of the International System of Units*.
- [11] Mills I. M., Mohr P. J., Quinn T. J., Taylor B. N., Williams E. R., *Redefinition of the kilogram: a decision whose time has come* [w:] Metrologia 42 (2005), 71-80.
- [12] Mills I. M., Mohr P. J., Quinn T. J., Taylor B. N., Williams E. R., *Redefinition of the kilogram, ampere, kelvin and mole: a proposed approach to implementing CIPM recommendation 1 (CI-2005)*. Metrologia 43 (2006), 227-246.
- [13] Zięba A., *O świecy zwanej kandelą* [w:] Foton 102 (2008), 34-38.
- [14] Ossowski R. L., *Przegląd aktualnej wiedzy na temat prowadzonych badań nad redefinicją jednostki masy (stan na koniec 2013 r.)*. Metrologia i Probiernictwo nr 1-2 (2014) 25-29.
- [15] Andreas B. i inni, *Counting the atoms in a ²⁸Si crystal for a new kilogram definition* [w:] Metrologia 48 (2011), S1-13.
- [16] Consultative Committee for Mass and Related Quantities (CCM): Report of the 14th meeting (21-22 February 2013) to the International Committee for Weights and Measures.
- [17] Schlamminger S., Haddad D., Seifert F., Chao L. S., Newell D. B., Liu R., Steiner R.L., and Pratt J. R., *Determination of the Planck constant using a watt balance with a superconducting magnet system at the National Institute of Standards and Technology*.
- [18] Sanchez C. A., Wood B. M., Green R. G., Liard J. O. and Inglis D., *A determination of Planck's constant using the NRC watt balance* [w:] Metrologia 51 (2014), S5-S14.
- [19] Robinson I. A., *Watt and joule balances* [w:] Metrologia 51 (2014), S1-S4.
- [20] Tekst Rezolucji 1. CGPM (2014) oraz SI road map dostępne są na portalu BIPM, zakładka *On the future revision of the SI*.